



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
**«Дальневосточный федеральный университет»**  
(ДФУ)

**ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ (ШКОЛА)**

«СОГЛАСОВАНО»

Руководитель программы аспирантуры  
1.1.6. «Вычислительная математика»

Алексеев Г.В.

«УТВЕРЖДАЮ»

Директор департамента  
Математического и компьютерного  
моделирования

Сущенко А.А.

« 28 » июня 2022 г.

« 28 » июня 2022 г..

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Вычислительная математика**

*1.1.6. «Вычислительная математика»*

курс  2  семестр  1

лекционные занятия  18  час. /   з.е.

практические занятия  18  час. /   з.е.

лабораторные работы  0  час. /   з.е.

с использованием МАО лек.  00  /пр.  10  /лаб.  00  час.

всего часов контактной работы  36  час.

в том числе с использованием МАО   час., в электронной форме   час.

самостоятельная работа  144  час.

в том числе на подготовку к экзамену  36  час.

зачет  не предусмотрен

экзамен  3  семестр

Рабочая программа составлена в соответствии с Федеральными государственными требованиями к структуре программ подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре (адъюнктуре), условиям их реализации, срокам освоения этих программ с учетом различных форм обучения, образовательных технологий и особенностей отдельных категорий аспирантов (адъюнктов), утвержденными Приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 20 октября 2021 г. N 951 и паспортом научной специальности 1.1.6. «Вычислительная математика» .

Рабочая программа обсуждена на заседании департамента  математического и компьютерного моделирования , протокол № 20 от «  20  »  июня   20 22  г.

Директор департамента  Сущенко А.А.

Составители:  Алексеев Г.В., Максимов П.А.

**I. Рабочая программа актуализирована на заседании департамента:**

Протокол от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_\_

Директор департамента математического и компьютерного моделирования

\_\_\_\_\_  
(подпись)

\_\_\_\_\_  
(И.О. Фамилия)

**II. Рабочая программа актуализирована на заседании департамента:**

Протокол от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_\_

Директор департамента математического и компьютерного моделирования

\_\_\_\_\_  
(подпись)

\_\_\_\_\_  
(И.О. Фамилия)

## АННОТАЦИЯ

Дисциплина «Вычислительная математика» предназначена для аспирантов, обучающихся по программе аспирантуры 1.1.6 «Вычислительная математика» (физико-математические науки).

Трудоемкость – 5 з.е. (180 часов). Дисциплина включает в себя 18 часов лекций, 18 часов практических занятий и 144 часа самостоятельной работы, из которых 36 часов выделяется на подготовку к экзамену. Обучение осуществляется в 3 семестре. Формы промежуточной аттестации: экзамен (3 семестр).

**Целью** дисциплины является подготовка аспирантов к сдаче кандидатского экзамена по специальности.

**Задачи** дисциплины:

- развить у аспирантов целостное представление о методах вычислительной математики;
- научить методам построения устойчивых алгоритмов решения задач математической физики.

Для успешного изучения дисциплины «Вычислительная математика» у обучающихся должны быть сформированы следующие предварительные требования:

- способностью к абстрактному мышлению, анализу и синтезу
- способностью создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках
- готовностью к саморазвитию, самореализацию, использованию творческого потенциала
- способностью находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики

В результате изучения дисциплины у аспирантов формируются следующие знания, умения и навыки:

<b>Формулировка требования</b>	<b>Этапы формирования</b>	
Способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в	Знает	современные методы исследования в области вычислительной математики и информационно-коммуникационные технологии
	Умеет	при решении исследовательских и практических задач генерировать новые

соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий		идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений
	Владеет	Способностью самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий
Способность разрабатывать численные модели для решения научных проблем и задач	Знает	теоретические основы численного моделирования, численные методы решения задач математической физики
	Умеет	анализировать математические модели
	Владеет	Способностью разрабатывать численные модели для решения научных проблем и задач
Способность углубленного анализа проблем корректности численных алгоритмов для решения задач математической физики	Знает	методы, используемые для анализа корректности численных алгоритмов для решения задач математической физики
	Умеет	создавать и анализировать численные математические модели, разрабатывать численные методы и алгоритмы решения задач математической физики
	Владеет	Способностью углубленного анализа проблем корректности численных алгоритмов для решения задач математической физики
Способность к анализу задач математической физики, построению и исследованию соответствующих	Знает	теоретические основы и методы, используемые для анализа задач математической физики, построения и исследования соответствующих математических моделей
	Умеет	анализировать задачи математической физики, разрабатывать и исследовать

математических моделей		соответствующие математические модели
	Владеет	Способностью к анализу задач математической физики, построению и исследованию соответствующих математических моделей
Способность профессионально излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций	Знает	требования оформления результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций
	Умеет	профессионально излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций
	Владеет	Способностью профессионально излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций

Для формирования вышеуказанных требований в рамках дисциплины «Вычислительная математика» применяются следующие методы активного / интерактивного обучения: мини-лекции с актуализацией изучаемого содержания, презентации с использованием доски, книг, видео, слайдов, компьютеров и т.п., с последующим обсуждением материалов, обратную связь с формированием общего представления об уровне владения знаниями аспирантов, актуальными для занятия, разминки с вопросами, ориентированными на выстраивание логической цепочки из полученных знаний (конструирование нового знания), коллективные решения творческих задач, которые требуют от аспирантов не простого воспроизводства информации, а творчества, поскольку задания содержат большой или меньший элемент неизвестности и имеют, как правило, несколько подходов, работу в малых группах (дает всем аспирантам возможность участвовать в работе, практиковать навыки сотрудничества, межличностного общения).

# **I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА**

( 18 час., в том числе 00 час. с использованием методов активного обучения)

## **РАЗДЕЛ 1. Уравнения математической физики (6 час).**

**Тема 1.** Физические задачи, приводящие к гиперболическим уравнениям. Конечная гладкость решений волнового уравнения. Фундаментальное решение. Задача Коши. Основные смешанные задачи для волнового уравнения. Метод Фурье решения смешанных задач. Метод Галеркина решения смешанных задач для волнового уравнения. (2 час.).

Тема раскрывается с использованием интерактивной формы обучения - презентации с использованием доски и компьютера с последующим обсуждением материалов.

**Тема 2.** Физические задачи, приводящие к параболическим уравнениям. Свойства решений однородного уравнения теплопроводности (гладкость, принцип максимума). Фундаментальное решение. Задача Коши. Основные смешанные задачи для уравнения теплопроводности; классические и обобщенные решения смешанных задач; решение смешанных задач методом Фурье. Решение смешанных задач методом конечных разностей. (2 час.).

**Тема 3.** Физические задачи, приводящие к эллиптическим уравнениям. Свойства гармонических функций (гладкость, теоремы о среднем, принцип максимума, теорема об устранимой особенности, теорема Лиувилля). Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Решение краевых задач для уравнения Лапласа методом потенциалов. Обобщенные решения основных краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка. Разрешимость краевых задач и гладкость обобщенных решений. Вариационный метод решения краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка, метод Ритца. Задачи на собственные значения. Разложение в ряды по собственным функциям. (2 час.).

## **РАЗДЕЛ 2. Вариационное исчисление (6 час).**

**Тема 1.** Элементы вариационного исчисления. Функция Лагранжа (лагранжиан). Условия экстремума. Уравнения Эйлера-Лагранжа. Энергия. Импульс. Гамильтониан. Уравнения Гамильтона-Якоби. (1 час.).

Тема раскрывается с использованием интерактивной формы обучения - мини-лекции с актуализацией изучаемого содержания.

**Тема 2.** Задачи оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина. Теоремы Фредгольма для интегральных уравнений второго рода. Принцип Лагранжа в гладких экстремальных задачах **(2 час.)**.

**Тема 3.** Вариационные формулировки краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений 2-го и 4-го порядка. Постановки основных краевых задач: задача Дирихле для простейшего ОДУ 2-го порядка (задача 1), задача Дирихле для ОДУ 2-го порядка с переменными коэффициентами (задача 2), смешанная краевая задача для ОДУ 2-го порядка с переменными коэффициентами (задача 3), задача Дирихле для ОДУ 4-го порядка с переменными коэффициентами (задача 4), смешанная краевая задача для ОДУ 4-го порядка (задача 5). Вариационные формулировки краевых задач для эллиптических уравнений 2-го порядка: уравнения Лапласа, уравнения Гельмгольца и дивергентного уравнения эллиптического типа. Смешанная краевая задача для двумерного уравнения Лапласа (задача 6), смешанная краевая задача для двумерного уравнения Гельмгольца (задача 7), третья краевая задача для уравнения конвекции-диффузии (задача 8). Вариационные формулировки начально-краевой задачи для уравнения двумерного теплопроводности **(2 час.)**.

Тема раскрывается с использованием интерактивной формы обучения - мини-лекции с актуализацией изучаемого содержания.

### **РАЗДЕЛ 3. Численные методы (6 час.)**

**Тема 1.** Основные понятия метода конечных разностей. Сходимость, аппроксимация и устойчивость разностных схем. Метод сеток дискретизации уравнений переноса, теплопроводности, конвекции-диффузии, Пуассона **(2 час.)**.

**Тема 2.** Методы расщепления многомерных задач по пространственным переменным и физическим процессам **(2 час.)**.

Тема раскрывается с использованием интерактивной формы обучения – «обратную связь» с формированием общего представления об уровне владения знаниями аспирантов, актуальными для занятия.

**Тема 3.** Проекционные методы дискретизации краевых задач для дифференциальных уравнений, метод конечных элементов, Использование сплайнов в качестве базисных функций. **(2 час.)**.

Тема раскрывается с использованием интерактивной формы обучения - мини-лекции с актуализацией изучаемого содержания.

## **II. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА**

**( 18 час., в том числе 10 час. с использованием методов активного обучения)**

### **Занятие 1. Физические задачи, приводящие к уравнениям математической физики (3 час.)**

Метод Фурье решения смешанных задач. Метод Галеркина. Метод конечных разностей.

Занятие проводится в интерактивной форме разминки с вопросами, ориентированными на выстраивание логической цепочки из полученных знаний (конструирование нового знания).

### **Занятие 2. Вариационные методы (3 час.)**

Вариационный метод решения краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка, метод Ритца.

### **Занятие 3. Задачи оптимального управления (3 час.)**

Теоремы Фредгольма для интегральных уравнений второго рода. Принцип Лагранжа в гладких экстремальных задачах.

### **Занятие 4. Вариационные формулировки краевых задач (3 час.)**

Вариационные формулировки краевых задач для эллиптических уравнений 2-го порядка: уравнения Лапласа, уравнения Гельмгольца

Занятие проводится в интерактивной форме - коллективное решение творческой задачи, которое требует от аспирантов не простого воспроизводства информации, а творчества, поскольку задания содержат большой или меньший элемент неизвестности и имеют, как правило, несколько подходов.

### **Занятие 5. Метод сеток дискретизации основных уравнений математической физики (3 часа)**

Уравнение переноса, теплопроводности, конвекции-диффузии, Пуассона.

### **Занятие 6. Проекционные методы дискретизации краевых задач (3 часа)**

Метод конечных элементов дискретизации одномерных краевых задач 2-го порядка. Пакеты прикладных программ, предназначенные для численного решения краевых задач методом конечных элементов.



Занятие проводится в интерактивной форме работы в малых группах (дает всем аспирантам возможность участвовать в работе, практиковать навыки сотрудничества, межличностного общения).

### **III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Вычислительная математика» представлено в приложении 1 и включает в себя:

план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе примерные нормы времени на выполнение по каждому заданию;

характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению;

требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы;

критерии оценки выполнения самостоятельной работы.

### **IV. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Самостоятельная работа студентов включает проработку конспектов учебной литературы курса, выполнение расчетно-графических заданий, подготовку рефератов и устных докладов (с презентацией) и подготовку к зачету.

Преподаватель ведет контроль посещения занятий, дает рекомендации по выполнению заданий и выбору тем рефератов, контролирует ход работы студентов во время аудиторных занятий, комментирует и оценивает их ответы.

*Работа с литературой.*

При выполнении ряда заданий требуется работать с литературой. Рекомендуются использовать различные возможности работы с литературой: фонды научной библиотеки ДВФУ (<http://www.dvfu.ru/library/>) и других ведущих вузов страны, а также доступных для использования научно-библиотечных систем.

В процессе выполнения самостоятельной работы, в том числе при написании реферата рекомендуется работать со следующими видами изданий:

а) Научные издания, предназначенные для научной работы и

содержащие теоретические, экспериментальные сведения об исследованиях. Они могут публиковаться в форме: монографий, научных статей в журналах или в научных сборниках;

б) Учебная литература подразделяется на:

- учебные издания (учебники, учебные пособия, тексты лекций), в которых содержится наиболее полное системное изложение дисциплины или какого-то ее раздела;

- справочники, словари и энциклопедии – издания, содержащие краткие сведения научного или прикладного характера, не предназначенные для сплошного чтения. Их цель – возможность быстрого получения самых общих представлений о предмете.

При работе над литературными источниками рекомендуется использовать как сплошное чтение, так и метод выборочного чтения, также необходимо тезисно фиксировать все важные моменты, связанные с интересующей Вас темой, делая ссылку на источник. Тезисы прочитанного позволяют глубже раскрыть его содержание; обучаясь излагать суть прочитанного в тезисной форме, вы сумеете выделять из множества мыслей авторов самые главные и ценные и делать обобщения. Конспектируя какой-либо источник, надо стремиться к тому, чтобы немногими словами сказать о многом. В тексте конспекта желательно поместить не только выводы или положения, но и их аргументированные доказательства.

### Основная литература

1. Юрчук, С. Ю. Методы математического моделирования : учебное пособие / С. Ю. Юрчук. — Москва : МИСИС, 2018. — 96 с. — ISBN 978-5-906953-43-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/108036>

2. Плохотников, К.Э. Метод и искусство математического моделирования : курс лекций / К.Э. Плохотников. — 2-е изд., стер. — Москва : ФЛИНТА, 2017. — 520 с. : ил. — ISBN 978-5-9765-1541-3. — URL: <https://rucont.ru/efd/246488>

3. Обратные задачи и методы их решения: приложения к геофизике / А. Г. Ягола, В. Янфей, И. Э. Степанова, В. Н. Титаренко. — 4-е изд., эл. — Москва : Лаборатория знаний, 2021. — 219 с. :— (Математическое моделирование). — Режим доступа: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=446071>

4. Голубева, Н. В. Математическое моделирование систем и процессов [Электронный ресурс] : учебное пособие / Голубева Н. В. - СПб. : Лань, 2016. - 192 с. - <https://e.lanbook.com/book/76825#authors>

5. Советов Б.Я., Яковлев С.А. Моделирование систем : учебник для вузов; Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет. — 7-е изд. — М. : Издательство Юрайт, 2012. — 343 с. <https://lib.dvfu.ru/lib/item?id=chamo:693486&theme=FEFU>

6. Качала, В. В. Основы теории систем и системного анализа : учебное пособие / В. В. Качала. — 2-е изд., испр. — Москва : Горячая линия-Телеком, 2016. — 210 с. — ISBN 978-5-9912-0249-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/111061>

7. Мартинсон, Л. К. Математика в техническом университете : учебник : в 21 выпуск / Л. К. Мартинсон, Ю. И. Малов. — 4-е изд., стер. — Москва : МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007 — Выпуск 12 : Дифференциальные уравнения математической физики — 2011. — 367 с. — ISBN 978-5-7038-3539-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/106547>

8. Балдин, К. В. Математическое программирование : учебник / К. В. Балдин, Н. А. Брызгалов, А. В. Рукоусев ; под общей редакцией К. В. Балдина. — 2-е изд. — Москва : Дашков и К, 2016. — 218 с. — ISBN 978-5-394-01457-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/72381> (<https://lib.dvfu.ru/lib/>)

9. Теория вероятностей и математическая статистика. Математические модели : учебник для академического бакалавриата / В. Д. Мятлев, Л. А. Панченко, Г. Ю. Ризниченко, А. Т. Терехин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 321 с. — (Университеты России). — ISBN 978-5-534-01698-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/434183> (<https://lib.dvfu.ru/lib/>)

### Дополнительная литература

1. Самарский А. А., Михайлов А. П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. – М.: Физматлит, 2005 (5-е изд.). ISBN 5-9221-0120-X. <http://padabum.com/d.php?id=21299>

2. Алексеев Г.В. Классические методы математической физики: Учебное пособие. Часть 1. - Владивосток: Изд-во Дальневост. ун-та, 2005. – 224 с. <http://window.edu.ru/resource/008/63008>

3. Алексеев Г.В. Классические методы математической физики: Учебное пособие. Часть 2. - Владивосток: Изд-во Дальневост. ун-та, 2005. - 195 с. <http://window.edu.ru/resource/009/63009>

4. Алексеев Г.В., Левин В.А., Терешко Д.А. Анализ и оптимизация в задачах дизайна устройств невидимости материальных тел. М.: Физматлит, 2021. 328 с.

5. R. Illner, C.S. Bohun, S. McCollum, Th. v. Roode, Mathematical Modelling: A Case Studies Approach. – AMS Student Mathematical Library v. 27, 2005. – 196 p.

6. Васильев Ф.П. Методы оптимизации. Кн.1. Изд-во МЦНМО. 2011. –с. 624. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=9304](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=9304)

7. Ильин А.М. Уравнения математической физики. Издательство Физматлит. 2009. 192 с.

8. Васильев Ф.П. Методы оптимизации. Кн.2. Изд-во МЦНМО. 2011. –с. 434. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=930](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=930)

9. Суворова Н.И. Информационное моделирование. Величины, объекты, алгоритмы. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2002. – 128 с.: ил.

10. Васин В. В. Основы теории некорректных задач / В. В. Васин; Институт математики имеханики им. Н. Н. Красовского УрО РАН. - Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2020. - 313 с.

### **Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

1. Плохотников, К.Э. Методы разработки математических моделей и вычислительный эксперимент на базе пакета Matlab : курс лекций / К.Э. Плохотников. - М. : СОЛОН-Пр., 2017. - 628 с. - (Библиотека студента). - ISBN 978-5-91359-211-8. - Текст : электронный. – URL: <https://znanium.com/catalog/product/10150512017>.

### **Профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

1. Электронный каталог библиотеки ДВФУ: <http://lib.dvfu.ru/>
2. <http://elibrary.ru> - российская научная электронная библиотека
3. Федеральный портал Российское образование <http://window.edu.ru/>
4. ЭБС "Znanium.com" - <http://znanium.com>
5. ЭБС "Лань" - <http://e.lanbook.com>
6. <http://biblioclub.ru> – электронно-библиотечная система "Университетская библиотека онлайн".
7. <http://www.studentlibrary.ru> – электронно-библиотечная система «Электронная библиотека технического ВУЗа».
8. ЭБС "Юрайт" - <http://www.biblio-online.ru>
9. База данных Scopus <http://www.scopus.com/>
10. База данных Web of Science <http://apps.webofknowledge.com/>

### **Перечень информационных технологий и программного обеспечения**

1. Проверка домашних заданий и консультирование посредством электронной почты MS Outlook.
2. Использование электронных презентаций при проведении практических занятий.
3. Microsoft Windows

4. Microsoft Office
  5. MS Teams
  6. Среда для разработки программ на языках программирования C++, C# («Microsoft Visual Studio»).
  7. Среда для моделирования Matlab, Simulink.
  8. FreeFEM++
  9. Программы для демонстрации и создания презентаций («Microsoft Power Point»).
- LaTeX - набор макрорасширений системы компьютерной вёрстки TeX.

## **V. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

В процессе изучения дисциплины «Вычислительная математика» предлагаются разнообразные методы и средства освоения учебного материала: лекции, лабораторные работы, Собеседование, тестирование, самостоятельная работа аспирантов.

### **Лекции**

**Лекция** – основная активная форма аудиторных занятий, необходимая для разъяснения основополагающих теоретических разделов. Предполагает интенсивную умственную деятельность аспиранта. Лекция носит познавательный, развивающий, воспитательный и организующий характер. Конспект лекций помогает усвоить теоретический материал дисциплины. При слушании лекции надо конспектировать ее рубрикации, терминологию, ключевые слова, определения, формулы, графические схемы. Конспект является полезным, когда он пишется самим аспирантом. Можно разработать собственную схему сокращения слов. Название тем, параграфов можно выделять цветными маркерами.

При домашней работе с конспектом лекций необходимо использовать основной учебник и дополнительную литературу, которые рекомендованы по данной дисциплине. Именно такая серьезная работа аспиранта с лекционным материалом позволяет достичь ему успехов в овладении новыми знаниями.

При изложении лекционного курса по дисциплине «Вычислительная математика» в качестве форм интерактивного обучения используются: лекция-беседа, лекция-визуализация, лекция пресс-консультация, которые строятся на базе предшествующих знаний и знаний смежных дисциплин. Для иллюстрации словесной информации применяются презентации, интерактивная доска, таблицы, схемы. По ходу изложения лекционного материала ставятся проблемные и провоцирующие вопросы, включаются элементы дискуссии.

**Лекция-визуализация.** Чтение лекции сопровождается компьютерной презентацией с базовыми текстами (заголовки, формулировки, ключевые слова и термины), иллюстрациями микроскопических и ультрамикроскопических изображений клеток и тканей, рисованием схем и написанием формул на интерактивной доске, производится демонстрация наглядных таблиц и слайдов, что способствует лучшему восприятию излагаемого материала. Лекция - визуализации требует определенных навыков: словесное изложение материала должно сопровождаться и сочетаться с визуальной формой. Информация, изложенная в виде схем, таблиц, слайдов, позволяет формировать проблемные вопросы и способствует развитию профессионального мышления будущих специалистов.

**Лекция-беседа** – «диалог с аудиторией» – является распространенной формой интерактивного обучения и позволяет непосредственно вовлекать аспирантов в учебный процесс, так как создает прямой контакт преподавателя с аудиторией. Такой контакт достигается по ходу лекции, когда аспирантам задаются вопросы проблемного, провоцирующего или информационного характера или когда аспирантам самим предлагается задавать вопросы. Вопросы предлагаются всей аудитории, и любой из аспирантов может предложить свой ответ, другой может его дополнить. При этом от лекции к лекции выявляются активные и пассивные аспиранты, преподаватель по возможности активизирует аспирантов, которые не участвуют в работе. Такая форма лекции позволяет вовлечь всех аспирантов в работу, активизировать их внимание, мышление, получить коллективный опыт, научиться формировать вопросы. Преимущество лекции-беседы состоит в том, что она позволяет привлекать внимание аспирантов к наиболее важным вопросам темы, определять содержание и темп изложения учебного материала.

**Лекция-консультация.** Преподаватель делает краткое (тезисное) сообщение. Аспиранты задают вопросы, на которые отвечает преподаватель и другие аспиранты. На основе вопросов и ответов разворачивается творческая дискуссия.

### **Практические занятия**

**Лабораторные работы.** Лабораторные работы повышают качество обучения, способствуют развитию познавательной активности у аспирантов, их логического мышления и творческой самостоятельности. В процессе выполнения лабораторных работ углубляются и конкретизируются теоретические знания, вырабатывается умение применять их на практике. Аспирант учится правильно использовать методы, видеть их достоинства и недостатки, получает неоценимый опыт по использованию данных методов. Все это позволяет глубже понять теоретические Вычислительная математика.

Формируются навыки научно-исследовательской работы и профессиональные компетенции.

**Собеседование.** Собеседование – коллективная форма рассмотрения и закрепления учебного материала. Собеседования являются одним из видов практических занятий, предназначенных для углубленного изучения дисциплины, проводятся в интерактивном режиме. На занятиях по теме Собеседования разбираются вопросы, и затем вместе с преподавателем проводится их обсуждение, которое направлено на закрепление материала, формирование навыков вести полемику, развитие самостоятельности и критичности мышления, на способность аспирантов ориентироваться в больших информационных потоках, вырабатывать и отстаивать собственную позицию по проблемным вопросам учебной дисциплины.

В качестве методов интерактивного обучения на Собеседованиях используются: развернутая беседа, диспут, пресс-конференция.

**Развернутая беседа** предполагает подготовку аспирантов по каждому вопросу плана занятия с единым для всех перечнем рекомендуемой обязательной и дополнительной литературы. Доклады готовятся аспирантами по заранее предложенной тематике.

**Диспут** в группе имеет ряд достоинств. Диспут может быть вызван преподавателем в ходе занятия или же заранее планируется им. В ходе полемики аспиранты формируют у себя находчивость, быстроту мыслительной реакции.

**Пресс-конференция.** Преподаватель поручает нескольким аспирантам подготовить краткие (тезисные) сообщения. После докладов аспиранты задают вопросы, на которые отвечают докладчики и другие члены экспертной группы. На основе вопросов и ответов развертывается творческая дискуссия вместе с преподавателем.

**Контрольные тесты.** Используется бланковое или компьютерное тестирование в режиме выбора правильных ответов, установления соответствия понятий, обозначения деталей на схемах и прочее.

Возможны также письменные контрольные работы в форме традиционных письменных ответов на ряд вопросов по пройденной теме, изложенной в лекциях и обсужденной на Собеседованиях. Несмотря на произвольность формы, в ответах обязательно использование терминов, ключевых слов и понятий, а при необходимости схем и формул. По некоторым темам предлагается решение задач.

## **Методические указания по работе с литературой**

Надо составить первоначальный список источников. Основой может стать список литературы, рекомендованный в рабочей программе курса. Для удобства работы можно составить собственную картотеку отобранных источников (фамилия авторов, заглавие, характеристики издания) в виде рабочего файла в компьютере. Такая картотека имеет преимущество, т.к. она позволяет добавлять источники, заменять по необходимости одни на другие. Первоначальный список литературы можно дополнить, используя электронный каталог библиотеки ДВФУ, при этом не стесняйтесь обращаться за помощью к сотрудникам библиотеки.

Работая с литературой по той или другой теме, надо не только прочитать, но и усвоить метод ее изучения: сделать краткий конспект, алгоритм, схему прочитанного материала, что позволяет быстрее его понять, запомнить. Не рекомендуется дословно переписывать текст.

### **Методические рекомендации к самостоятельной работе аспиранта**

Текущий контроль результатов самостоятельной работы осуществляется в ходе проведения лабораторных работ (устный опрос), Собеседование и тестирования. На основании этих результатов аспирант получает текущие и зачетные оценки, по которым выводится итоговая оценка. Промежуточная (семестровая) аттестация проводится в форме устного зачета.

### **Методические указания по подготовке к лабораторным работам и их выполнению**

К лабораторным работам аспирант должен подготовиться: повторить лекционный материал, прочитать нужный раздел по теме в учебнике.

Занятие начинается с краткого устного опроса по заданной теме. Далее аспиранты работают с конкретными методами.

Для занятий необходимо иметь халат и сменную обувь. Необходимо освоить технику безопасности при работе со всеми используемыми на занятии методами, правильно оценить, сколько необходимо реактивов и расходных материалов для работы. Только после этого аспирант может начинать непосредственно работать с поставленной задачей. В конце занятия аспирант предоставляет преподавателю отчет по результатам проделанной работы с выводами.

Ответы на вопросы, выступления и активность аспирантов на занятии оцениваются текущей оценкой.

### **Методические указания по подготовке к Собеседованию**

Поскольку Собеседование является коллективной формой рассмотрения и закрепления учебного материала, к нему должны готовиться все аспиранты.



Собеседование обычно проводится в форме развернутой беседы, диспута, пресс-конференции. На каждый Собеседование заранее объявляется тема и перечень вопросов для устных сообщений. По всем вопросам надо проработать соответствующий материал из учебника, конспекта лекций, дополнительной литературы и соответствующей лабораторной работы. Преподаватель объявляет вопрос и предлагает сделать сообщение на 5-7 минут одному из аспирантов – либо по их желанию, либо по своему выбору. После сообщения преподаватель и аспиранты задают вопросы и выступают с дополнениями и комментариями.

Ответы на вопросы, выступления и активность аспирантов на занятии оцениваются текущей оценкой.

### **Методические указания по подготовке доклада**

По отдельным темам на Собеседованиях могут делаться более емкие и глубокие доклады – до 15-20 минут. Тема доклада может быть предложена преподавателем или выбрана аспирантом самостоятельно.

При подготовке к докладу проводится подбор литературных источников по теме из рекомендуемой основной и дополнительной литературы, а также работа с ресурсами информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», указанными в рабочей программе.

Работа с текстом научных книг и учебников состоит не только в прочтении материала, необходимо провести анализ, сравнить изложение материала в разных источниках, подобрать материал таким образом, чтобы он раскрывал тему доклада. Проанализированный материал конспектируют, при этом надо избегать простого переписывания текстов без каких либо комментариев и анализа. Прямое заимствование текстов других авторов в науке не допускается, оно определяется как плагиат и является наказуемым. Цитирование небольших фрагментов (со ссылкой на автора) допускается, если надо подчеркнуть стиль или сущность авторского определения, но злоупотреблять чужими текстами нельзя. Доклад должен быть выстроен логично, материал излагается цельно, связно и последовательно, делаются выводы. Желательно, чтобы аспирант мог выразить своё мнение по обсуждаемой проблеме. Необходимо заранее продумать схемы для иллюстрации на доске или приготовить их в форме компьютерной презентации. В докладе обязательно необходимо использовать термины и ключевые слова по данной теме. После доклада проводится обсуждение с дополнениями и поправками. Оценивается как качество доклада, так и активность участников дискуссии.

## VI. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Перечень материально-технического и программного обеспечения дисциплины приведен в таблице.

### Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины

Наименование специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
D820 - учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации (36 п.м.)	<p>Мультимедийное оборудование: Экран проекционный ScreenLine Trim White Ice 50 см черная кайма сверху, размер рабочей области 236x147 см Документ-камера AVervision CP355AF ЖК-панель 47", Full HD, LG M4716 CCBA Мультимедийный проектор Mitsubishi EW330U, 3000 ANSI Lumen, 1280x800 Сетевая видеочкамера Multipix MP-HD718.</p>	
D732 - учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации (45 п.м.)	<p>Мультимедийное оборудование: Экран проекционный Projecta Elpro Large Electron, 300x173 см, размер рабочей области 290x163 Документ-камера AVervision CP 355 AF Мультимедийный проектор, Mitsubishi FD630U, 4000 ANSI Lumen, 1920x1080 Сетевая видеочкамера Multipix MP-HD718 ЖК-панель 47", Full HD, LG M4716 CCBA ЖК-панель 42", Full HD, LG M4214 CCBA</p>	

	ЖК-панель 42", Full HD, LG M4214 CCBA.	
--	--	--

Для проведения учебных занятий по дисциплине, а также для организации самостоятельной работы студентам доступно описанное выше оборудование и специализированные кабинеты, соответствующие действующим санитарным и противопожарным нормам, а также требованиям техники безопасности при проведении учебных и научно-производственных работ.

В целях обеспечения специальных условий обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья в ДВФУ все здания оборудованы пандусами, лифтами, подъемниками, специализированными местами, оснащенными туалетными комнатами, табличками информационно-навигационной поддержки.



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
**«Дальневосточный федеральный университет»**  
(ДФУ)

---

---

**ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ (ШКОЛА)**

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ  
РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**  
**по дисциплине «Вычислительная математика»**  
*1.1.6. «Вычислительная математика»*

### План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине

№ п/п	Дата/сроки выполнения	Вид самостоятельной работы	Примерные нормы времени на выполнение	Форма контроля
1	В течение семестра	Подготовка к практическим занятиям, изучение литературы	36 часов	Активность во время практических занятий Собеседование/устный опрос
2	1-2 неделя семестра	Выполнение работ по теме «Уравнения математической физики»	18 часов	Расчетно-графическая работа
3	3-5 неделя семестра	Выполнение работ по теме «Вариационные методы»	18 часов	Презентация/сообщение Реферат
4	6-9 неделя семестра	Выполнение работ по теме «Задачи оптимального управления»	18 часов	Собеседование/устный опрос
5	10-12 неделя семестра	Выполнение работ по теме «Методы дискретизации»	18 часов	Презентация/сообщение Реферат
6	13-15 неделя семестра	Выполнение работ по теме «Проекционные методы»	18 часов	Собеседование/устный опрос
7	16-18 неделя семестра	Подготовка к экзамену	18 часов	Экзамен Собеседование/устный опрос
Итого:			144 часа	



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
**«Дальневосточный федеральный университет»**  
(ДФУ)

---

**ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ (ШКОЛА)**

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**  
**по дисциплине «Вычислительная математика»**  
*1.1.6. «Вычислительная математика»*

## Паспорт ФОС

Формулировка требований	Этапы формирования	
Способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	Знает	методы исследования процессов и явлений, составляющих содержание фундаментальной и прикладной математики
	Умеет	анализировать математические модели; работать в электронно-библиотечных системах
	Владеет	методами исследования фундаментальной и прикладной математики; современными информационно-коммуникационными технологиями в области математики и механики
Способность разрабатывать непрерывные математические модели решаемых научных проблем и задач	Знает	теоретические основы и методы решения дифференциальных уравнений, методы решения обобщенных краевых задач
	Умеет	создавать и анализировать непрерывные математические модели, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач
	Владеет	современными методами решения дифференциальных уравнений, основами численных методов решения краевых задач
Способность углубленного анализа проблем корректности задач для дифференциальных уравнений	Знает	методы, используемые для анализа корректности динамических систем и оптимального управления, методы решения некорректных задач
	Умеет	разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач, обобщенных краевых задач
	Владеет	современными методами решения некорректных задач оптимального управления динамическими системами, основами численных методов решения некорректных краевых задач
Способность к анализу задач оптимального управления и	Знает	теоретические основы и методы, используемые для построения динамических систем и оптимального управления, методы решения обобщенных краевых задач

созданию алгоритмов их решения	Умеет	создавать математические модели динамических систем и оптимального управления, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач
	Владеет	современными методами решения задач оптимального управления динамическими системами, основами численных методов решения краевых задач
Способность использовать современные методы обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий	Знает	стратегию применения программных продуктов для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий
	Умеет	создавать и анализировать существующие численные алгоритмы решения дифференциальных уравнений, интерпретировать полученные результаты с применением компьютерных технологий
	Владеет	навыками применения современных программных продуктов для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий
Способность профессионально излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций	Знает	требования оформления результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций
	Умеет	профессионально излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций
	Владеет	навыками изложения обладающих внутренним единством результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций



## Шкала оценивания уровня сформированности требований

Формулировка требований	Этапы формирования		критерии	показатели
Способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	знает (пороговый уровень)	методы исследования процессов и явлений, составляющих содержание фундаментальной и прикладной математики	владение методами исследования процессов и явлений, составляющих содержание фундаментальной и прикладной математики	способность владения методами исследования процессов и явлений, составляющих содержание фундаментальной и прикладной математики
	умеет (продвинутый)	анализировать математические модели; работать в электронно-библиотечных системах	умение анализировать математические модели; работать в электронно-библиотечных системах	способность анализировать математические модели; работать в электронно-библиотечных системах
	владеет (высокий)	методами исследования фундаментальной и прикладной математики; современными информационно-коммуникационными технологиями в области математики и механики	успешное и систематическое применение методов исследования фундаментальной и прикладной математики; современных информационно-коммуникационных технологий в области математики и механики	способность применения методов исследования фундаментальной и прикладной математики; современных информационно-коммуникационных технологий в области математики и механики
Способность разрабатывать непрерывные математические модели решаемых	знает (пороговый уровень)	теоретические основы и методы решения дифференциальных уравнений, методы	владение теоретическими основами и методами решения дифференциальных уравнений и	способность владения теоретическими основами и методами решения дифференциальных уравнений и

научных проблем и задач		решения обобщенных краевых задач	обобщенных краевых задач	обобщенных краевых задач
	умеет (продвинутый)	создавать и анализировать непрерывные математические модели, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач	умение создавать непрерывные математические модели, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач	способность создавать непрерывные математические модели, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач
	владеет (высокий)	современными методами решения дифференциальных уравнений, основами численных методов решения краевых задач	успешное и систематическое применение методов решения дифференциальных уравнений, основных численных методов решения краевых задач	способность применения методов решения дифференциальных уравнений, основных численных методов решения краевых задач
Способность углубленного анализа проблем корректности задач для дифференциальных уравнений	знает (пороговый уровень)	методы, используемые для анализа корректности динамических систем и оптимального управления, методы решения некорректных задач	владение методами исследования корректности задач оптимального управления, методах решения некорректных задач	способность владения методами исследования корректности задач оптимального управления, методах решения некорректных задач
	умеет (продвинутый)	разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач, обобщенных краевых задач	умение разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач, обобщенных краевых задач	способность разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач, обобщенных краевых задач

	владеет (высокий)	современными методами решения некорректных задач оптимального управления динамическими системами, основами численных методов решения некорректных краевых задач	успешное и систематическое применение методов решения некорректных задач оптимального управления динамическими системами, численных методов решения некорректных краевых задач	способность применения методов решения некорректных задач оптимального управления динамическими системами, численных методов решения некорректных краевых задач
Способность к анализу задач оптимального управления и созданию алгоритмов их решения	знает (пороговый уровень)	теоретические основы и методы, используемые для построения динамических систем и оптимального управления, методы решения обобщенных краевых задач	владение теоретическими основами и методами построения динамических систем и оптимального управления, методами решения обобщенных краевых задач	способность владения теоретическими основами и методами построения динамических систем и оптимального управления, методами решения обобщенных краевых задач
	умеет (продвинутый)	создавать математические модели динамических систем и оптимального управления, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач	умение создавать математические модели динамических систем и оптимального управления, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач	способность создавать математические модели динамических систем и оптимального управления, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач
	владеет (высокий)	современными методами решения задач оптимального управления	успешное и систематическое применение методов решения задач оптимального	способность применения методов решения задач оптимального

		динамическими системами, основами численных методов решения краевых задач	управления динамическими системами, численных методов решения краевых задач	управления динамическими системами, численных методов решения краевых задач
Способность использовать современные методы обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий	знает (пороговый уровень)	стратегию применения программных продуктов для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий	владение стратегиями применения методов обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий	способность владения стратегиями применения методов обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий
	умеет (продвинутый)	создавать и анализировать существующие численные алгоритмы решения дифференциальных уравнений, интерпретировать полученные результаты с применением компьютерных технологий	умение создавать и анализировать существующие численные алгоритмы решения дифференциальных уравнений, интерпретировать полученные результаты с применением компьютерных технологий	способность создавать и анализировать существующие численные алгоритмы решения дифференциальных уравнений, интерпретировать полученные результаты с применением компьютерных технологий
	владеет (высокий)	навыками применения современных программных продуктов для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий	успешное и систематическое владение современными программными продуктами для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий	способность владения современными программными продуктами для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий
Способность профессионально излагать	знает (пороговый)	требования оформления результатов	владение навыками оформления результатов своих	способность оформления результатов своих

результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций	ый уровень)	своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций	исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций	исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций
	умеет (продвинутый)	профессионально излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций	профессиональное умение излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций	способность излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций
	владеет (высокий)	навыками изложения обладающих внутренним единством результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций	успешное и систематическое владение навыками изложения обладающих внутренним единством результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций	способность владения навыками изложения обладающих внутренним единством результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций

### Оценочные средства для текущего контроля

#### Вопросы для подготовки к экзамену

по дисциплине «Вычислительная математика»

1. Физические задачи, приводящие к гиперболическим уравнениям.
2. Конечная гладкость решений волнового уравнения.
3. Фундаментальное решение. Задача Коши.
4. Основные смешанные задачи для волнового уравнения.
5. Метод Фурье решения смешанных задач.
6. Метод Галеркина решения смешанных задач для волнового уравнения.

7. Физические задачи, приводящие к параболическим уравнениям.
8. Свойства решений однородного уравнения теплопроводности (гладкость, принцип максимума).
9. Фундаментальное решение. Задача Коши.
10. Основные смешанные задачи для уравнения теплопроводности; классические и обобщенные решения смешанных задач; решение смешанных задач методом Фурье.
11. Решение смешанных задач методом конечных разностей.
12. Физические задачи, приводящие к эллиптическим уравнениям.
13. Свойства гармонических функций (гладкость, теоремы о среднем, принцип максимума, теорема об устранимой особенности, теорема Лиувилля).
14. Фундаментальное решение уравнения Лапласа.
15. Решение краевых задач для уравнения Лапласа методом потенциалов.
16. Обобщенные решения основных краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка.
17. Разрешимость краевых задач и гладкость обобщенных решений.
18. Вариационный метод решения краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка, метод Ритца.
19. Задачи на собственные значения.
20. Разложение в ряды по собственным функциям.
21. Элементы вариационного исчисления.
22. Функция Лагранжа (лагранжиан).
23. Условия экстремума.
24. Уравнения Эйлера-Лагранжа.
25. Энергия. Импульс. Гамильтониан.
26. Уравнения Гамильтона-Якоби.
27. Задачи оптимального управления.
28. Принцип максимума Понтрягина.
29. Теоремы Фредгольма для интегральных уравнений второго рода.
30. Принцип Лагранжа в гладких экстремальных задачах.

31. Вариационные формулировки краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений 2-го и 4-го порядка.

32. Постановки основных краевых задач: задача Дирихле для простейшего ОДУ 2-го порядка (задача 1).

33. Задача Дирихле для ОДУ 2-го порядка с переменными коэффициентами (задача 2).

34. Смешанная краевая задача для ОДУ 2-го порядка с переменными коэффициентами (задача 3).

35. Задача Дирихле для ОДУ 4-го порядка с переменными коэффициентами (задача 4).

36. Смешанная краевая задача для ОДУ 4-го порядка (задача 5).

37. Вариационные формулировки краевых задач для эллиптических уравнений 2-го порядка: уравнения Лапласа, уравнения Гельмгольца и дивергентного уравнения эллиптического типа.

38. Смешанная краевая задача для двумерного уравнения Лапласа (задача 6).

39. Смешанная краевая задача для двумерного уравнения Гельмгольца (задача 7).

40. Третья краевая задача для уравнения конвекции-диффузии (задача 8).

41. Вариационные формулировки начально-краевой задачи для уравнения двумерного теплопроводности.

42. Основные понятия метода конечных разностей.

43. Сходимость, аппроксимация и устойчивость разностных схем

44. Метод сеток дискретизации уравнений переноса, теплопроводности, конвекции-диффузии, Пуассона.

45. Методы расщепления многомерных задач по пространственным переменным и физическим процессам.

46. Проекционные методы дискретизации краевых задач для дифференциальных уравнений.

47. Метод конечных элементов.

Использование сплайнов в качестве базисных функций.

## Вопросы для коллоквиумов

по дисциплине «Вычислительная математика»

### РАЗДЕЛ 1. Уравнения математической физики.

1. Физические задачи, приводящие к гиперболическим уравнениям.
2. Конечная гладкость решений волнового уравнения.
3. Фундаментальное решение. Задача Коши.
4. Основные смешанные задачи для волнового уравнения.
5. Метод Фурье решения смешанных задач.
6. Метод Галеркина решения смешанных задач для волнового уравнения.
7. Физические задачи, приводящие к параболическим уравнениям.
8. Свойства решений однородного уравнения теплопроводности (гладкость, принцип максимума).
9. Фундаментальное решение. Задача Коши.
10. Основные смешанные задачи для уравнения теплопроводности; классические и обобщенные решения смешанных задач; решение смешанных задач методом Фурье.
11. Решение смешанных задач методом конечных разностей.
12. Физические задачи, приводящие к эллиптическим уравнениям.
13. Свойства гармонических функций (гладкость, теоремы о среднем, принцип максимума, теорема об устранимой особенности, теорема Лиувилля).
14. Фундаментальное решение уравнения Лапласа.
15. Решение краевых задач для уравнения Лапласа методом потенциалов.
16. Обобщенные решения основных краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка.
17. Разрешимость краевых задач и гладкость обобщенных решений.
18. Вариационный метод решения краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка, метод Ритца.
19. Задачи на собственные значения.
20. Разложение в ряды по собственным функциям.



## **РАЗДЕЛ 2. Вариационное исчисление.**

1. Элементы вариационного исчисления.
2. Функция Лагранжа (лагранжиан).
3. Условия экстремума.
4. Уравнения Эйлера-Лагранжа.
5. Энергия. Импульс. Гамильтониан.
6. Уравнения Гамильтона-Якоби.
7. Задачи оптимального управления.
8. Принцип максимума Понтрягина.
9. Теоремы Фредгольма для интегральных уравнений второго рода.
10. Принцип Лагранжа в гладких экстремальных задачах.
11. Вариационные формулировки краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений 2-го и 4-го порядка.
12. Постановки основных краевых задач: задача Дирихле для простейшего ОДУ 2-го порядка (задача 1).
13. Задача Дирихле для ОДУ 2-го порядка с переменными коэффициентами (задача 2).
14. Смешанная краевая задача для ОДУ 2-го порядка с переменными коэффициентами (задача 3).
15. Задача Дирихле для ОДУ 4-го порядка с переменными коэффициентами (задача 4).
16. Смешанная краевая задача для ОДУ 4-го порядка (задача 5).
17. Вариационные формулировки краевых задач для эллиптических уравнений 2-го порядка: уравнения Лапласа, уравнения Гельмгольца и дивергентного уравнения эллиптического типа.
18. Смешанная краевая задача для двумерного уравнения Лапласа (задача б).
19. Смешанная краевая задача для двумерного уравнения Гельмгольца (задача 7).
20. Третья краевая задача для уравнения конвекции-диффузии (задача 8).
21. Вариационные формулировки начально-краевой задачи для уравнения двумерного теплопроводности.

### **РАЗДЕЛ 3. Численные методы.**

1. Основные понятия метода конечных разностей.
2. Сходимость, аппроксимация и устойчивость разностных схем
3. Метод сеток дискретизации уравнений переноса, теплопроводности, конвекции-диффузии, Пуассона.
4. Методы расщепления многомерных задач по пространственным переменным и физическим процессам.
5. Проекционные методы дискретизации краевых задач для дифференциальных уравнений.
6. Метод конечных элементов.
7. Использование сплайнов в качестве базисных функций.